

同値分数指導について

吉田 誠*

大きさの等しい分数の学習について

大きさの等しい分数の学習というと読者の皆さんはどんなことを思い浮かべるだろうか。学習指導要領解説書（文部科学省，2008）を見ると，その学習は4年生と5年生を中心に行われる。4年生では，分数の相等・大小関係の学習の中で簡単な場合について大きさの等しい分数があることを知る。また，5年生では，同じく分数の相等・大小関係の学習の中で，異分母分数の比べ方を考え，分母が同じ大きさ（同じ大きさの単位）の分数にそろえると，比較がし易いことに気付く。また，そのために大きさの等しい分数を作る計算方法である，1つの分数の分子及び分母に同じ数を乗除してできる分数はもとの分数と同じ大きさを表すことを理解する。そして，この方法で大きさの等しい分数が幾つもできることから，それを活用して通分をすることで異分母の加減計算ができることを理解する。

今年の6月に発表されたアメリカの共通カリキュラム（CCSS）と学習指導要領を簡単に表としてまとめると以下になる。

学年	学習指導要領（2008）	CCSS（2010）
1		・簡単な分数（分割・操作分数）
2	・簡単な分数（分割・操作分数）	・簡単な分数（分割・操作分数）
3	・等分してできる部分の大きさや端数部分の大きさを表す分数 ・単位分数の幾つ分 ・簡単な場合の分数の加法・減法の意味理解	・等分してできる部分の大きさを表す分数 ・単位分数の幾つ分 ・分数と整数の相関関係 ・数直線と分数（数としての分数） ・大きさの等しい分数（図，数直線） ・分数の相等

4	<ul style="list-style-type: none"> ・大きさの等しい分数 ・分数の相等・大小 ・真分数，仮分数，帯分数 ・同分母分数の加法・減法（意味，計算） 	<ul style="list-style-type: none"> ・大きさの等しい分数と計算方法 ・分数の相等・大小 ・単位分数のいくつかの考えを使って分数の合成・分解 ・同分母分数の加法・減法（意味，計算） ・真分数，仮分数，帯分数 ・乗数が整数である場合の分数の乗法（単位分数に注目して） ・分数，小数，整数の相関関係
5	<ul style="list-style-type: none"> ・分数，小数，整数の相関関係 ・商分数 ・大きさの等しい分数（計算方法） ・分数の相等・大小 ・異分母分数の加法・減法計算（意味，計算） ・乗数や除数が整数である場合の分数の乗法及び除法（意味，計算） 	<ul style="list-style-type: none"> ・異分母分数の加法・減法計算（意味，計算方法） ・商分数 ・乗数が分数である場合の乗法（整数×分数，分数×分数） ・長方形の面積（長さが分数） ・縮尺としての乗法 ・乗数と積の関係 ・単位分数÷整数，整数÷単位分数
6	乗数や除数が分数である場合の乗法及び除法の計算（意味，計算）	・分数のわり算（分数÷分数）

この表を見ると，CCSSでは大きさの等しい分数の学習については，3年生，4年生，そして，5年生の異分母分数の加減計算のところで行うようである。

このような学習の流れだけを見ると，等しい大きさの分数の学習は，異分母分数の大きさの相等・大小関係の判断や加減計算ができるようになるための必要な考えである通分とその計算方法を教えることに目的があるように思いがちである。しかし，このような狭い視野で大きさの等しい

* ウィリアム・バターソン大学教育学部

分数の学習を考えると、1つの分数と大きさの等しい分数が幾つも(無限に)存在するといような分数特有の特徴を子どもたちがしっかりと理解したり、また、「この特徴を分数の学習の色々な場面でも活用できないか」と子どもたちが思考したりする数学的な考えを育てるための学習の可能性を少なくしてしまうことはないだろうか。

大きさの等しい分数は同値分数とも呼ぶ。これは主に教師が使う算数用語であるが、このような性質のある数の学習は、子どもたちにとって既習の整数の学習では考えもしなかった分数特有の性質であり、まだ分数が数としての理解が確実でない子どもたちには違和感もあり、理解しにくいと概念であると言われている。英語では同値分数のことを Equivalent Fractions と言い、教師も子どもたちもこの用語を使っている。分数に関連する英語用語を紹介すると、分母は denominator, 分子は numerator と言う。同分母分数は fractions with like denominators, 異分母分数は fractions with unlike denominators という。また、同値分数をつくることは renaming fraction, 通分することは finding a common denominator, 約分は renaming fractions in simplest form または simplifying fraction という。

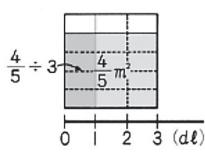
学習指導要領改定後の学習

さて、学習指導要領解説書の5年生の大きさの等しい分数の解説のところに、同値分数の関係の例として $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$ と、 $\frac{4}{6} = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}$ が上げられ、「分数は、同じ大きさの表し方が幾通りもあることが特徴である。この特徴は $a \div b = \frac{a}{b}$ であることから(商分数)わかるように、除法に関して成り立つ性質と同じである。分数の計算の仕方を考えるときに、このような性質に着目できるよう配慮することが大切である。」と記されている。(p. 171) 数字と図の関係から同値分数を作り出す計算方法をただ単に考えるだけでなく、その計算方法を裏付ける根拠となる商分数と既習である整数と小数で学習した除法の性質とのつながりに気付かせ、数学的な考え方を育てていこうという意図が伺える。このようなつながりを考えることは、既習の除法の性質を思い出すだけでなく、その性質が同値分数を作る過程にも活用されていることに子どもたちを気付かせることになる。また、このような数学的なつながりを考えることにより、将来の学習でも除法の性質やそれに基づいて作られる大きさの等しい分数の考えをどこかで活用できないかと、子どもたちに考えさせる動機につながるのではないかと思う。

今回の指導要領の改訂では、除数が整数の場合の分数のわり算が5年生の学習へと移行された。例えば、「3 dl で、板を $\frac{4}{5}$ m² ぬれるペンキがあります。このペンキ 1 dl では板を何 m² ぬれますか。」というような問題設定から、数直線図を使って、 $\frac{4}{5} \div 3$ を立式し、この計算方法である「分数を整数でわるときには分子はそのままにして分母にその整数をかける」を面積図などを使って考えさせる。平成元年の英語版の教科書をみると以下のような図と式が載

せられている。

Let's think about how to calculate!



$$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5 \times 3}$$

$$= \frac{4}{15}$$

Answer: $\frac{4}{15} \text{ m}^2$

東京書籍 Mathematics 6 A for Elementary School, p. 6

しかし、現行の教科書では以下のように説明している。 $\frac{4}{5}$ の分子の4は3では割り切れないので、分子が3で割れるような $\frac{a}{5}$ の同値分数を探していくと、分子と分母に3をそれぞれかけた同値分数である $\frac{12}{15}$ がある。そうすると分子の12は3で割り切れるようになる。計算の過程をまとめると $\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} \div 3 = \frac{4 \times 3 \div 3}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$ のようになる。この計算過程に同値分数が活用されていることは明らかであるが、この背景に除法の性質が使われていることを忘れてはいけない。また、 $\frac{4 \times 3 \div 3}{5 \times 3}$ の分子の部分の $3 \div 3$ の部分省略できることに気付けば、「分数を整数でわる計算は分子はそのままにして、分母にその整数をかければよい($\frac{a}{b \times c}$)」とまとめることもできる。

アメリカにおける同値分数の学習

現行のアメリカのEveryday Mathematicsの5年生の教科書では、同値分数を活用した分数のわり算の計算方法(Common Denominator Division)を指導している。この学習は異分母分数の相関・大小関係、加減計算の学習、などの内容と一緒にまとめた単元の中で学習するように構成されている。分数のわり算の問題がほとんどの場合包含除の意味での問題設定であるが、円やパイの形の図を使いながら計算方法を考えるように指導計画されている。分数同士のわり算での例をあげると $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$ の計算については、 $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{10}{15} \div \frac{9}{15} = 10 \div 9 = \frac{10}{9} = 1 \frac{1}{9}$ のように、同値分数の考えを使って通分をし、整数同士のわり算にして計算をする方法を指導している。ただ残念なのは、どうして $\frac{10}{15} \div \frac{9}{15} = 10 \div 9$ となるのかという解説が教師用指導書にないことである。例えば、 $2400 \div 400$ と $24 \div 4$ が除法の性質を使って同じと考えられることから、 $\frac{1}{15}$ が10個あるものから9個のグループがいくつできるかと考える、というよう説明がない。このことから、アメリカの教師たちがこの計算方法をどの程度理解して教えているのか心配がある。しかしながら、単元の中で分数の特徴である大きさの等しい分数を強調し、それが色々な場面で活用できることを示しているという点でこの試みは興味深いと思う。

指導要領の改訂に伴い、教科書も一新し、同値分数の指導についても色々な工夫がされていると思う。これを機会に同値分数や商分数や除法の性質のつながり、また、分数指導の全体とのつながりについて教材研究や授業研究が進められることも必要ではないかと思う。